

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΚΑΙ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΟ ΜΥΣΤΗΡΙΟ ΤΩΝ ΠΥΡΑΜΙΔΩΝ

Α. Δακανάλης και Ε. Θεοδοσίου  
Τομέας Αστροφυσικής-Αστρονομίας και Μηχανικής  
Τμήμα Φυσικής-Πανεπιστήμιο Αθηνών

## Περίληψη

Το μυστήριο της ύπαρξης των πυραμίδων μας κατακλύζει με αναπάντητα ερωτήματα, τόσο αρχαιολογικού, όσο και επιστημονικού ενδιαφέροντος. Χωρίς να αμφισβητείται ο νεκρικός χαρακτήρας των πυραμίδων προτάσσονται ορισμένα μαθηματικά, γεωμετρικά και αστρονομικά στοιχεία με έμφαση στη μεγάλη πυραμίδα. Ταυτόχρονα παρουσιάζονται επιγραμματικά ορισμένες θεωρίες που επιχειρούν να δώσουν απάντηση σε κάποια από αυτά τα ερωτήματα. Αυτές είναι η θεωρία της «Ταυτόχρονης Μετάβασης» της K. Spence, η μελέτη χωροθέτησης των πυραμίδων στην Γκίζα του J. Legon καθώς και η θεωρία του «Σημείου Φυγής» του S. Goodfellow. Τέλος, αφού γίνει αναφορά στην ανακάλυψη του R. Gantenbrink, παρουσιάζεται επιγραμματικά η θεωρία της «Συσχέτισης με τον Ωρίωνα» του R. Bauval.

## Εισαγωγή

Μια ερμηνεία της λέξης *mr* στα αρχαία αιγυπτιακά που έδωσε ο καθηγητής I.E.S. Edwards (1996), ένας από τους πλέον διακεκριμένους Αιγυπτιολόγους παγκοσμίως, είναι «όργανο ανόδου» ή «τόπος ανύψωσης». Ο ίδιος την αμφισβήτησε, όμως η ερμηνεία αυτή μας παραπέμπει σε μια από τις περισσότερο αποδεκτές λειτουργίες της πυραμίδας ως όργανο μετάβασης του πνεύματος του νεκρού φαραώ στον ουρανό, προς τον ηλιακό δίσκο και στους αιφανεείς αστέρες, όπου πιστευόταν ότι ενώνεται με την θεία του πηγή.

Στην Αίγυπτο υπάρχουν περίπου 90 πυραμίδες. Το έντονα γεωμετρικό τους σχήμα τους δίνει από μόνο του μια αίσθηση μυστηρίου, το κάλεσμα του οποίου επιχείρησαν να απαντήσουν εκατοντάδες μελετητές ανά τους αιώνες. Αρκετές από αυτές είναι ημιτελείς, άλλες κατεστραμμένες, ενώ δεν είναι λίγες αυτές που δεν περιέχουν καν σαρκοφάγο. Κοινή παραδοχή ανάμεσα στους Αιγυπτιολόγους αποτελεί το γεγονός πως δεν υπάρχουν στοιχεία για την ύπαρξη μιας μακράς προπαρασκευαστικής περιόδου ανάπτυξης ούτως ώστε να δικαιολογείται η αρχιτεκτονική και κατασκευαστική τελειότητα των πρώτων πυραμίδων. Δεύτερο παράδοξο αποτελεί το γεγονός πως έπειτα από την 4<sup>η</sup> δυναστεία, η Αίγυπτος βιώνει μια τεχνολογική «έξοδο». Οι μεταγενέστερες πυραμίδες είναι όχι μόνο μικρότερες σε μέγεθος, αλλά και πολύ κατώτερες σε ποιότητα. Οι Αιγυπτιολόγοι ακολουθώντας το δόγμα πως οι πυραμίδες ήταν τάφοι των φαραώ εκτιμούν πως οι λόγοι ήταν οικονομικοί έχοντας στο νου το τεράστιο κόστος που απαιτείται για το χτίσιμο μιας πυραμίδας. Η εξήγηση αυτή δεν μοιάζει να είναι ορθή διότι, θα περίμενε κανείς να

διατηρηθεί τουλάχιστον η κατασκευαστική γνώση και απλώς να μικρύνει το μέγεθος της πυραμίδας.

Κυρίαρχο ερώτημα παραμένει ο ουσιαστικός ρόλος της πυραμίδας και ακολουθούν και άλλα αναπάντητα ερωτήματα που στοιχειώνουν το μυστήριο της ύπαρξής της. Η κυρίαρχη άποψη ορίζει πως ήταν τάφοι για τους φαραώ, και πως κατά τη διάρκεια του χτισίματος τους αποτελούσαν κοινωνικά κέντρα, που παρείχαν στέγη και τροφή στους χιλιάδες ανθρώπους οι οποίοι συντελούσαν στην κατασκευή της.

Η διαδικασία όμως εύρεσης του φαραώ στον οποίο ανήκει μια πυραμίδα είναι εξαιρετικά δύσκολη, και αποτελεί χρόνιο πονοκέφαλο των μελετητών. Αυτό κυρίως οφείλεται στο γεγονός πως κάθε φαραώ είχε περίπου πέντε διαφορετικά ονόματα καθώς και στο γεγονός πως η ιερογλυφική γραφή απουσιάζει από τις πυραμίδες της 3<sup>ης</sup> και 4<sup>ης</sup> δυναστείας. Οι «βουβές» πυραμίδες ονομάζονται από επιγραφές σε πώματα βάζων που βρέθηκαν μέσα σε αυτές ή από λακωνικές επιγραφές που βρέθηκαν σε κάποιο κοντινό κτίσμα, από επιγραφές που άφησαν ομάδες λατόμων πάνω σε πέτρες που χρησιμοποιήθηκαν για το χτίσιμο τους καθώς και από επιγραφές που βρέθηκαν σε λίγες πέτρινες στήλες. Το πρόβλημα γίνεται εντονότερο όταν αναλογιστούμε τη μεγάλη αβεβαιότητα που υπάρχει για τη χρονολόγηση των συνολικά 30 δυναστειών, η οποία οξύνεται όσο βαδίζουμε στην αρχαιότητα. Το πρόβλημα χρονολόγησης ενός φαραώ μεταφέρεται και γίνεται πρόβλημα χρονολόγησης μιας πυραμίδας. Το γεγονός πως οποιοσδήποτε φαραώ 4<sup>ης</sup> δυναστείας θάφτηκε μέσα σε πυραμίδα παραμένει αναπόδεικτο, όπως φαίνεται από τον Πίνακα Ι. Οι νεκρικοί ναοί γύρω από αυτές καθώς και η εσωτερική διαρρύθμιση των πυραμίδων και των ναών τους δεν επιτρέπει την τέλεση μιας βασιλικής κηδείας με ό,τι αυτή συνεπάγεται, αφού οι χώροι είναι πολύ μικροί για μια πομπή και για τελετουργικά.

ΠΙΝΑΚΑΣ Ι			
Πυραμίδες 3 <sup>ης</sup> & 4 <sup>ης</sup> δυναστείας	#Θαλάμων	Σαρκοφάγοι	Σχόλια για τις σαρκοφάγους
Djoser	2	Ταφικός Λάκκος 2 σαρκοφάγοι	Πατούσα μούμιας Υπολλείματα γυναικείου σκελετού Χρονολογούνται γενιές πριν (!) τον Djoser
Sekhemet	1	1	Σφραγισμένη και άδεια
Khaba	1	-	-
Meidum Pyramid (Snofru)	1	-	-
Bent Pyramid (Snofru)	2	-	-
Red Pyramid (Snofru)	3	-	-
Khufu (Χέοπας)	3	1	Χωρίς σκέπασμα, άδεια
Djefre	1	-	-
Khafre (Χεφρήνας)	1	1	Κόκκαλα ταύρου, χρονολογούνται μεταγενέστερα.
Menkaure (Μυκερίνος)	3	1	Σαρκοφάγος χάθηκε στη θάλασσα ενώ μεταφέρονταν στο βρετανικό μουσείο. Χρονολογείται στην 26 <sup>η</sup> δυναστεία.

Οι αναφορές αρχαίων περιηγητών όπως ο Ηρόδοτος, ο Διόδωρος ο Σικελιώτης, ο Πορφύριος και ο Πλίνιος, κρίνονται μάλλον αναξιόπιστες όχι μόνο επειδή περιέχουν μεταξύ άλλων και φανταστικά στοιχεία, αλλά κυρίως γιατί ο Χέοπας ήταν για εκείνους τόσο αρχαίος όσο είναι οι ίδιοι για εμάς. Υπάρχουν πολλά ακόμη στοιχεία που υποστηρίζουν την άποψη πως οι πρώτες πυραμίδες δεν λειτουργούσαν ως τάφοι. Εμείς υιοθετούμε την ορθότερη άποψη, δηλαδή πως δεν μπορούμε να προσπελάσουμε τα εμπόδια 4500 περίπου ετών και να μάθουμε την αντικειμενική αλήθεια για το εάν ήταν τάφοι η όχι. Δεν αμφισβητούμε όμως τον ολοφάνερο νεκρικό χαρακτήρα τους.

## Οι θεωρίες

Παραταύτα, με τον κατάλληλο κώδικα επικοινωνίας οι κατά τα άλλα «βουβές» πυραμίδες αρχίζουν να μιλούν. Μιλούν όταν κανείς τις εξετάσει με την παγκόσμια γλώσσα της Γεωμετρίας, των Μαθηματικών και της Αστρονομίας. Το ενδιαφέρον μας πλέον θα συγκεντρωθεί στα κατασκευαστικά θαύματα των πυραμίδων της 4<sup>ης</sup> δυναστείας, με ιδιαίτερη έμφαση στη μεγάλη πυραμίδα.

Κατά παράδοση, οι πυραμίδες χτίζονταν κατά τρόπο που η κάθε τους πλευρά προσανατολιζόταν στα τέσσερα σημεία του ορίζοντα με μεγάλη ακρίβεια και οι είσοδοι τους βρίσκονταν πάντα στη βορεινή πλευρά. Κατά κανόνα, η είσοδος τους βρισκόταν ψηλότερα από τον υπόγειο κεντρικό θάλαμο και ο διάδρομος που ένωνε τα δύο μέρη ήταν κατηφορικός, με κλίση περίπου 26 μοιρών. Ήταν πρακτικό γιατί ο θάλαμος μπορούσε να σφραγιστεί εύκολα τοποθετώντας ογκώδεις λίθους που έφραζαν τον διάδρομο. Είχε όμως και συμβολικό χαρακτήρα διότι η ψυχή του φαραώ βγαίνοντας από το θάλαμο και περνώντας χωρίς πρόβλημα μέσα από τα λίθινα εμπόδια, θα ανηφόριζε με κλίση γύρω στις 26 μοίρες και θα κατευθυνόταν προς τον πολικό αστέρα και τους αειφανείς αστέρες, δηλαδή προς τη θεία της πηγή. Εξαίρεση στον κανόνα αποτελεί η μεγάλη πυραμίδα, που θα εξετάσουμε λεπτομερέστερα αργότερα.

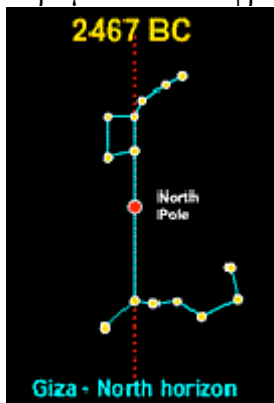


Ας εστιάσουμε τώρα το ενδιαφέρον μας σε μια θεωρία που αφορά στην τοποθέτηση των πυραμίδων έτσι ώστε να προσανατολίζονται προς τα 4 σημεία του ορίζοντα. Ονομάζεται θεωρία της Ταυτόχρονης Μετάβασης (Simultaneous Transition), προτάθηκε από την Δρ. Kate Spence του τμήματος Ανατολικών Σπουδών του Πανεπιστημίου της Οξφόρδης και δημοσιεύτηκε στο περιοδικό Nature (2000). Είναι μια προσπάθεια για χρονολόγηση των πυραμίδων από αστρονομικά δεδομένα. Έπειτα από τη δημοσίευση έχουν εγερθεί πολλές αμφιβολίες που μειώνουν την αξιοπιστία της θεωρίας αυτής, αλλά το θέμα δεν έχει λήξει μιας και η Spence εργάζεται

ήδη σε μια εκτενέστερη μελέτη και έχει ανακοινώσει πως θα απαντήσει σε πολλές από αυτές τις αμφιβολίες.

Η Spence υποστηρίζει πως οι αρχαίοι Αιγύπτιοι καθόριζαν την ακριβή κατεύθυνση του βορρά ευθυγραμμίζοντας ένα αλφάδι με τη νοητή ευθεία που σχηματίζει ο μεγάλος κύκλος που περνά από τα αστέρια Kochab ( $\beta$  UMi) και Mizar ( $\zeta$  UMa), καθώς και από τον άξονα που τρέχει από βορρά προς νότο και βρίσκεται επί των ανατολικών ή δυτικών πλευρών των πυραμίδων. Δεδομένου ότι η μέθοδος δεν άλλαξε ανα τους αιώνες, τότε θα πρέπει να παρουσιάζεται ένα συστηματικό σφάλμα στον προσανατολισμό των πυραμίδων, που οφείλεται στην απομάκρυνση της νοητής αυτής ευθείας από τον πολικό αστέρα, η οποία οφείλεται στο φαινόμενο της μετάπτωσης. Έτσι κατασκεύασε ένα διάγραμμα όπου στον άξονα των τετμημένων βρίσκεται ο χρόνος, και στον άξονα των τεταγμένων η απόκλιση των πυραμίδων από το βορρά. Σε γενικές γραμμές η θεωρία επαληθεύεται από τα δεδομένα, όμως ας δούμε τα κυριότερα προβλήματα: Το πρώτο είναι ένα κλασικό πρόβλημα της Αρχαιοαστρονομίας, δηλαδή πως στον ένα άξονα έχουμε τοποθετήσει ιστορικά δεδομένα (ημερομηνίες) και στον άλλο δεδομένα επιστημονικής μελέτης (την απόκλιση από το βορρά). Οι ημερομηνίες δεν είναι τυχαία χρονικά διαστήματα όπως γίνεται σε ένα εργαστήριο, και έτσι πρέπει κανείς να δεχθεί πρώτα την ορθότητα του θεωρητικού μοντέλου και στη συνέχεια να τοποθετήσει όπως ο ίδιος ορίζει τα σημεία στον άξονα του χρόνου.

Άλλο πρόβλημα εντοπίζεται στις πυραμίδες τριών διαδοχικών φαραώ, του Χέοπα, του Djefre και του Χεφρήνα. Η πυραμίδα του Djefre παρουσιάζει μια τεράστια απόκλιση, έξω από τα δεδομένα της 4<sup>ης</sup> δυναστείας. Επίσης η Spence στο διάγραμμα της τοποθετεί τον Χεφρήνα χρονολογικά πριν τον Χέοπα. Μολονότι είναι εντελώς ανορθόδοξη θεώρηση, δεν ακούγεται τόσο παράλογη εάν αναλογιστεί κανείς πως η πυραμίδα του Χεφρήνα μολονότι είναι στην πραγματικότητα λίγο μικρότερη, φαντάζει



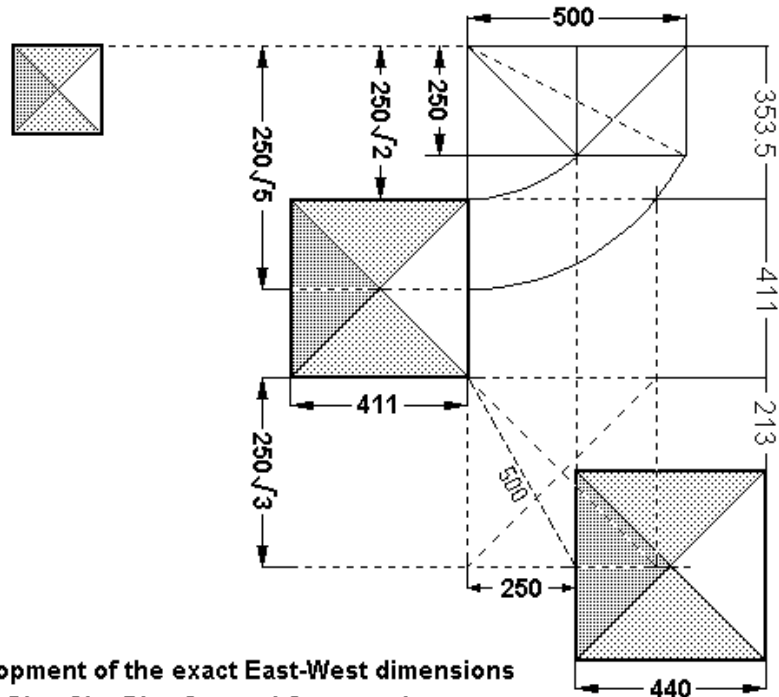
μεγαλύτερη από αυτή του Χέοπα διότι είναι χτισμένη σε ψηλότερο σημείο. Εδώ υπάρχει το εύλογο ερώτημα, γιατί η μεγαλύτερη πυραμίδα στον κόσμο να μην κτίστηκε λίγα μέτρα πιο πέρα ώστε να βρίσκεται στο ψηλότερο σημείο της περιοχής; Πάντως τα αρχαιολογικά δεδομένα δεν αρκούν για να απορρίψουν τις συνέπειες της θεωρίας. Τελειώνοντας με αυτή τη θεωρία, αναφέρουμε ότι η Spence δεν ήταν ούτε η πρώτη ούτε η μόνη που σκέφτηκε τα παραπάνω, και οφείλουμε να αναφέρουμε τα ονόματα κι άλλων μελετητών όπως ο Robin Cook<sup>1</sup>, γεωλόγος και ο Robert Bauval<sup>2</sup>, μηχανικός, του οποίου τη θεωρία θα μελετήσουμε αργότερα.

Στη σημερινή τους μορφή, όλες οι πυραμίδες στην Γκίζα φανερώνουν σε μας μόνο τον σκελετό τους. Κάποτε πρέπει να παρουσίαζαν ένα εκπληκτικό θέαμα, καλυμμένες με λευκό ασβεστόλιθο, με τις πλευρές τους εντελώς επίπεδες, να στέκονται απαστράπτουσες κάτω από τον ήλιο της Αιγύπτου.

Η βασική μετρική μονάδα που χρησιμοποιήθηκε για το κτίσιμο τους έχει βρεθεί, ονομάστηκε από τους μελετητές «βασιλικό κύβιτο» και ισοδυναμεί με 52,37 εκατοστά.

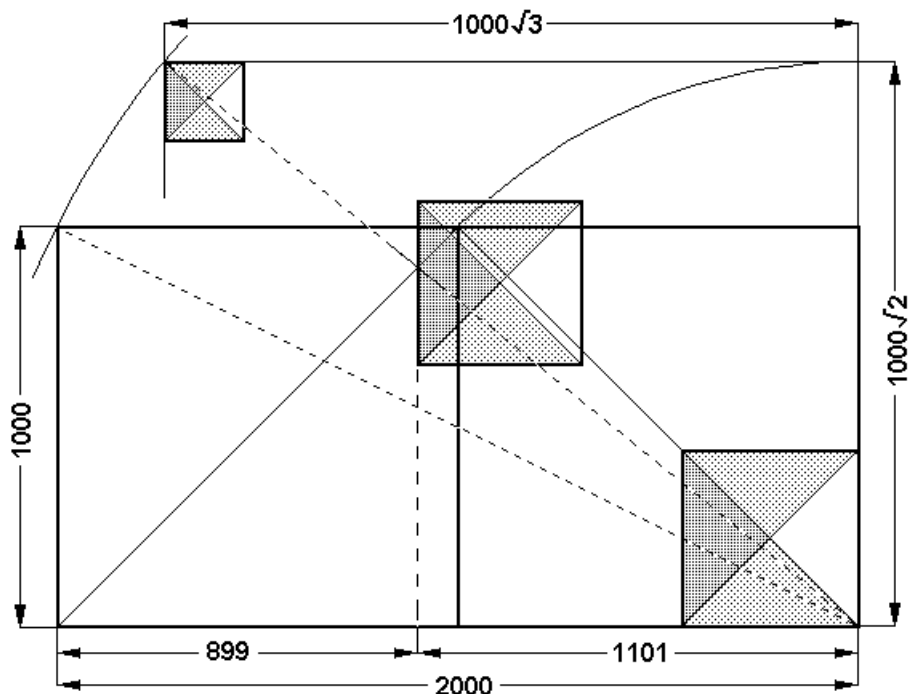
Ο John Legon (2003), πτυχιούχος της Σχολής Εφαρμοσμένων Φυσικών Επιστημών και με μεγάλο ενδιαφέρον στην αρχαιολογία, μελέτησε εκτενώς και επέκτεινε την πρώτη τοπογραφική μελέτη που έγινε στην Γκίζα από τον W.M.F. Petrie (1883). Τα αποτελέσματα της εργασίας του έχουν δημοσιευθεί στα περιοδικά της Αρχαιολογικής κοινότητας του Στάτεν Άιλαντ, στο Discussions in Egyptology και στο Göttinger Miscellen. Είχε την καλοσύνη να μας επιτρέψει να χρησιμοποιήσουμε ορισμένα από τα σχέδια του για την παρουσίαση αυτή. Βασιζόμενος στα αποτελέσματα της μελέτης του, υποστηρίζει πως βρήκε τις μαθηματικές σχέσεις με τις οποίες οι κτίστες καθόρισαν το μέγεθος και τη χωροθέτηση των τριών πυραμίδων. Επίσης

υποστηρίζει πως υπήρχε ένα ενιαίο σχέδιο που ακολουθήθηκε, και μελετά μέχρι και σήμερα την ύπαρξη κάποιου βαθύτερου συμβολισμού σε αυτό.



Development of the exact East-West dimensions of the Giza Site Plan from a 1:2 rectangle measuring 250 x 500 royal Egyptian cubits

© J.A.R. Legon 2000



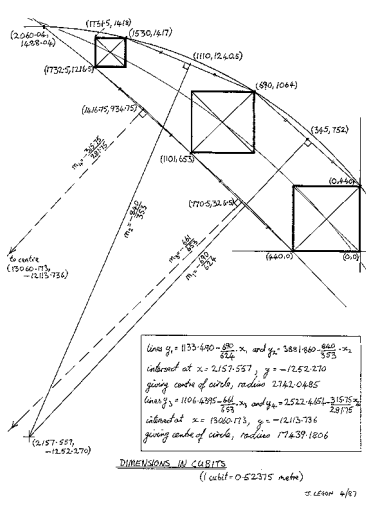
Overall Dimensions of the Site Plan and south side of Second Pyramid Constructed from a 1000 x 2000 cubit rectangle

© J.A.R. Legon 2000

Μιας και η εργασία του στον τομέα αυτό δεν έχει τελειώσει, δεν μπορούμε να παρουσιάσουμε τις ιδέες του για τον συμβολισμό αυτή τη στιγμή. Ο χρόνος μας δεν επιτρέπει να ακολουθήσουμε την πορεία των μαθηματικών συλλογισμών του, θα

αναφέρουμε όμως για παράδειγμα, ότι οι τρεις πυραμίδες στην Γκίζα περιγράφονται σε ένα ορθογώνιο με πλευρές  $1000\sqrt{2}$  και  $1000\sqrt{3}$  αντίστοιχα. Ο Legon παρατήρησε ότι η τετραγωνική ρίζα χρησιμοποιήθηκε εκτενώς από τους κτίστες, γεγονός που δεν προκαλεί έκπληξη διότι γνωρίζουμε πως οι αρχαίοι αιγύπτιοι την γνώριζαν από τους πάπυρους που έχουν διασωθεί. Ο τρόπος όμως με τον οποίο χρησιμοποιήθηκε στο όλο σχέδιο προτείνει τη γνώση της εφαρμογής του Πυθαγορείου Θεωρήματος, γεγονός για το οποίο ο ίδιος είναι πεπεισμένος.

Μια άλλη ενδιαφέρουσα θεωρία είναι αυτή του «Σημείου Φυγής», εμπνευσμένη από τον τότε απόφοιτο της Σχολής Καλών Τεχνών Stephen Goodfellow (2003), ο οποίος συνεργάστηκε με τον John Legon. Σημείο φυγής του ζωγράφου σε ένα



προοπτικό σχέδιο, είναι το σημείο τομής δύο ευθειών που στην πραγματικότητα είναι παράλληλες. Τρία σημεία ορίζουν ένα κύκλο. Εάν λοιπόν λάβουμε ως δύο τριάδες τις ΒΔ και ΝΑ γωνίες κάθε πυραμίδας, θα τις περιγράψουμε εντός ενός κυκλικού τομέα. Το προοδευτικά μικρότερο μέγεθός τους μας κατευθύνει στο σημείο τομής των δύο κύκλων, το οποίο δεν βρίσκεται κάπου μακριά, αλλά σε ένα πολύ ενδιαφέρον σημείο. Βρίσκεται πάνω στον περιβάλλοντα τοίχο της τρίτης πυραμίδας, ο οποίος παρουσιάζει κάποιες ανεξήγητες κατασκευαστικές ιδιομορφίες. Μέχρι σήμερα δεν έχουν γίνει εκτενείς ανασκαφές στον χώρο αυτό, και πιθανότατα δεν θα γίνουν ούτε στο κοντινό μέλλον, μιας και τέτοιου είδους θεωρίες δεν βρίσκουν

ανταπόκριση από το τμήμα αιγυπτιακών αρχαιοτήτων. Έτσι μπορεί να μην ελεγχθεί ποτέ η ορθότητα της σκέψης του καλλιτέχνη.

Ας εξετάσουμε τώρα λεπτομερέστερα τη μεγάλη πυραμίδα, που είναι ένα αληθινό κατασκευαστικό θαύμα. Αν και έχει ένα πέτρινο πυρήνα άγνωστων διαστάσεων, υπολογίζεται πως περίπου 2.300.000 ξεχωριστοί κατεργασμένοι λίθοι μάζας μεταξύ 2,5 και 15 τόνων χρειάστηκαν για την κατασκευή της. Σύμφωνα με τις πιο σύγχρονες μετρήσεις του J.H. Cole<sup>3</sup> (έπειτα από τον W.F. Petrie) παραθέτουμε τα ακόλουθα εντυπωσιακά στοιχεία:

ΠΙΝΑΚΑΣ IV	
Πλευρά	Απόκλιση από τα σημεία του ορίζοντα
Βορεινή	2' 28'' νοτίως της δύσης
Νότια	1' 57'' νοτίως της δύσης
Ανατολική	5' 30'' δυτικά του βορρά
Δυτική	2' 30'' δυτικά του βορρά
Μέση απόκλιση 3 λεπτά της μοίρας	

ΠΙΝΑΚΑΣ II	
Πλευρά	Μήκος Πλευράς (m)
Βορεινή	226,63
Νότια	226,82
Ανατολική	226,76
Δυτική	226,71
Περίμετρος 907 m	
Μέγιστη απόκλιση 20 cm	

ΠΙΝΑΚΑΣ III	
Ύψος Πυραμίδας	Κλίση πλευρών ως προς το έδαφος
144,42 m (Αρχικό)	51° 52'
135,12 m (Σήμερα)	

ΠΙΝΑΚΑΣ V	
Γωνία	Μέτρηση
BA	90° 3' 2''
BΔ	89° 59' 58''
NA	89° 56' 27''
NΔ	90° 0' 33''
Σχεδόν τέλειες ορθές γωνίες	

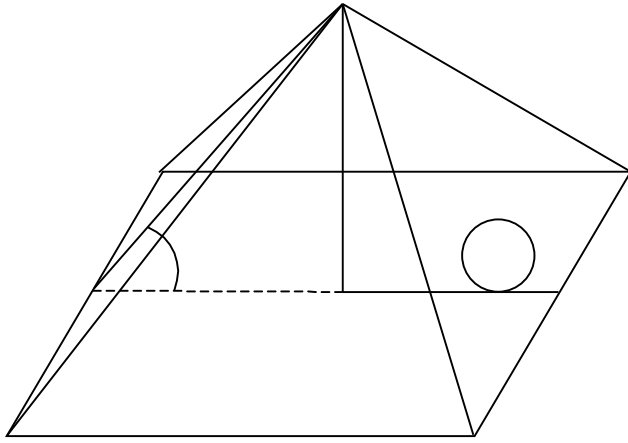
Η μέγιστη απόκλιση των 20 cm σε ένα κτίσμα με περίμετρο σχεδόν ενός χιλιομέτρου είναι ένα πραγματικά εκπληκτικό αποτέλεσμα, ειδικά όταν αναλογιστεί κανείς πως η ύπαρξη του πέτρινου πυρήνα της πυραμίδας καθιστούσε αδύνατη τη μέτρηση των διαγωνίων ούτως ώστε να ελεγχθεί η ακρίβεια του τετραγώνου.

Η ακρίβεια με την οποία το κτίριο έχει ευθυγραμμιστεί με τα τέσσερα σημεία του ορίζοντα υποδηλώνει μια αστρονομική μέθοδο παρατήρησης, εφ' όσον οποιαδήποτε άλλη μέθοδος (π.χ. παρατήρηση του ηλιακού δίσκου) θα παρουσίαζε μεγαλύτερο σφάλμα.

Απορίας άξιον είναι το γεγονός πως τεράστιοι λίθοι τοποθετήθηκαν με εκπληκτική ακρίβεια σε μεγάλα ύψη, γύρω στο 2500 π.Χ. όταν οι άνθρωποι είχαν στη διάθεση τους μόνο χάλκινα εργαλεία, ενώ η τροχαλία ήταν ανύπαρκτη. Έχουν προταθεί διάφορες θεωρίες που περιλαμβάνουν τη χρήση μιας ράμπας ή περισσοτέρων, όμως απορρίπτονται εξ' αρχής από τους μηχανικούς που έλεγξαν την ορθότητα τους. Στην πλειοψηφία τους πιστεύουν πως το πιθανότερο είναι να χρησιμοποιήθηκε ένα ιδιοφυές σύστημα μοχλών. Ως αποτέλεσμα μέτρων ασφαλείας κάθε σειρά είναι κοίλη προς την κορυφή, γεγονός που μειώνει τις εγκάρσιες δυνάμεις λόγω του βάρους των υπερκείμενων στρωμάτων, δίνοντας στο μνημείο μεγαλύτερη σταθερότητα. Ο Πήτρι (1883) έλαβε πολλές μετρήσεις για το πάχος μεταξύ δύο διαδοχικών λίθων του περιβλήματος. Βρήκε πως σε ορισμένα σημεία το μέσο πάχος είναι μόλις μισό χιλιοστό, δηλαδή η ακρίβεια του τεχνίτη στο ίσιωμα της πέτρας ήταν ένα τέταρτο του χιλιοστού σε μια επιφάνεια πλάτους 190 εκατοστών. Το ότι μια πιστωτική κάρτα δεν χωρά ανάμεσα από δύο πέτρες είναι μύθος, μιας και υπάρχουν πέτρες χωρίς κονίαμα ανάμεσά τους, αυτό όμως δεν αλλάζει την ποιότητα της δουλειάς που παρατηρείται σε κάποια άλλα σημεία.

Οι αρχαίοι Αιγύπτιοι φανερώνουν την εκπληκτική τους ικανότητα στην ισοπέδωση επιφανειών και σε μεγάλη κλίμακα. Η περίμετρος της βάσης στην οποία είναι χτισμένη η Μεγάλη πυραμίδα, αποκλίνει από το τέλειο επίπεδο μόλις κατά 1,3 cm μια ασήμαντη ποσότητα που μένει απαρατήρητη, κατά την οποία η NA γωνία της πυραμίδας βρίσκεται ψηλότερα από τη BΔ γωνία.

Εξετάζοντας την κλίση των πλευρών, βρίσκει κανείς πως μια πυραμίδα με κλίση 51° 52' έχει τη μοναδική γεωμετρική ιδιότητα, ότι το ύψος της προς την περίμετρο της βρίσκεται στην ίδια αναλογία με αυτή της ακτίνας ενός κύκλου προς την περιφέρεια του, δηλαδή 1/2π. Η εμπλοκή του αριθμού π σε μια εποχή όπου υποτίθεται ότι δεν ήταν γνωστή η ύπαρξη του, έχει δώσει βάση σε πολλές συζητήσεις. Οι πιθανές απαντήσεις είναι δύο: Είτε οι αρχαίοι κτίστες γνώριζαν τον αριθμό αυτό, είτε τον χρησιμοποίησαν χωρίς να τον γνωρίζουν. Δεν υπάρχουν αρχαιολογικά ευρήματα που να υποστηρίζουν την πρώτη περίπτωση. Για τη δεύτερη περίπτωση, μια ενδιαφέρουσα πρόταση έκανε ο ηλεκτρολόγος μηχανικός T.E. Connolly<sup>4</sup> στον φυσικό Kurt Mendelssohn (1986): προτείνει πως οι αρχαίοι Αιγύπτιοι δεν γνώριζαν πως ο τρισδιάστατος χώρος είναι ισοτροπικός, με αποτέλεσμα να μετρούν με διαφορετικό τρόπο το ύψος και το μήκος. Για το ύψος μπορεί να χρησιμοποιούσαν το βασιλικό κύβιτο, ενώ για το μήκος να κυλούσαν ένα τύμπανο διαμέτρου ενός βασιλικού κύβιτου, μετρώντας τον αριθμό των



περιστροφών. Εάν το παραπάνω ισχύει και οι αιγύπτιοι χρησιμοποίησαν την αναλογία 4:1, τότε εξηγείται η εμπλοκή του αριθμού π.

Εδώ χρειάζεται να σημειωθεί η σημασία της τήρησης της ακρίβειας στην κλίση κατά την κατασκευή του μνημείου, μιας και ένας μικρός υπολογισμός μας δείχνει πως ένα σφάλμα  $2^\circ$ , οδηγεί σε ασυμμετρία

των κορυφών των πλευρών στην κορυφή της πυραμίδας της τάξεως των 15 μέτρων.

Ας εξετάσουμε τώρα τους εσωτερικούς χώρους. Η πραγματική είσοδος της πυραμίδας είναι μέχρι και σήμερα φραγμένη, και για να εισέλθει κανείς, χρησιμοποιεί την τρύπα που λέγεται ότι άνοιξε ο χαλίφης Μα' Μουν, αλλά ίσως να υπήρχε ήδη από αρχαιοτάτων χρόνων. Αρχικά κατηφορίζει κανείς για λίγο και για να προχωρήσει στο εσωτερικό της πυραμίδας ανηφορίζει σε ένα διάδρομο και φτάνει στον πρώτο θάλαμο, αυτόν «της Βασίλισσας» και στη Μεγάλη Στοά, ένα ακόμη κατασκευαστικό θαύμα, της οποίας η βαθμωτή διαρρύθμιση έχει εγείρει πολλές απορίες. Περνώντας την φτάνουμε στον «θάλαμο του Βασιλέως». Τα ονόματα αυτά είναι λανθασμένα, και η χρήση τους οφείλεται στους Άραβες που εξερεύνησαν την πυραμίδα πολύ πριν έρθουν οι πρώτοι Ευρωπαίοι επιστήμονες με τον Ναπολέοντα.

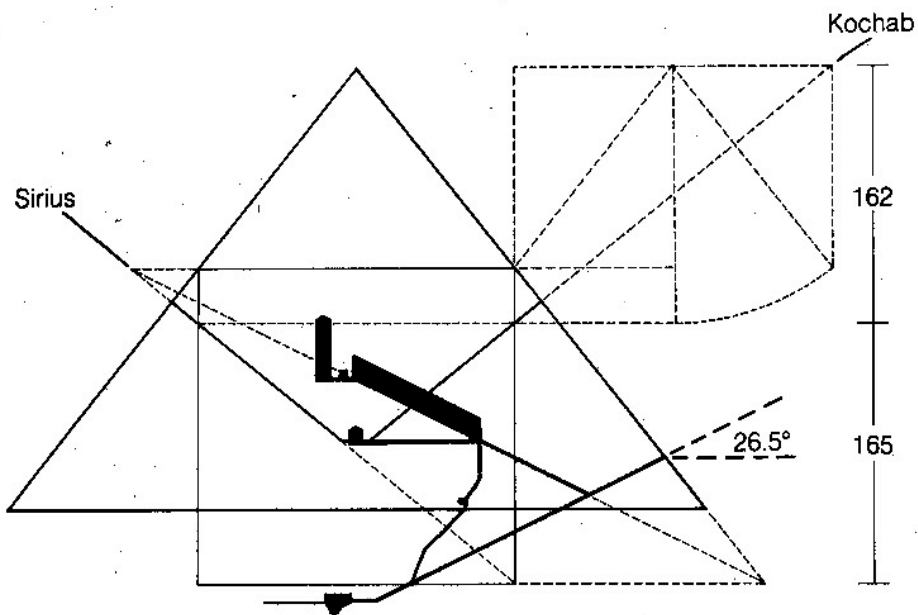
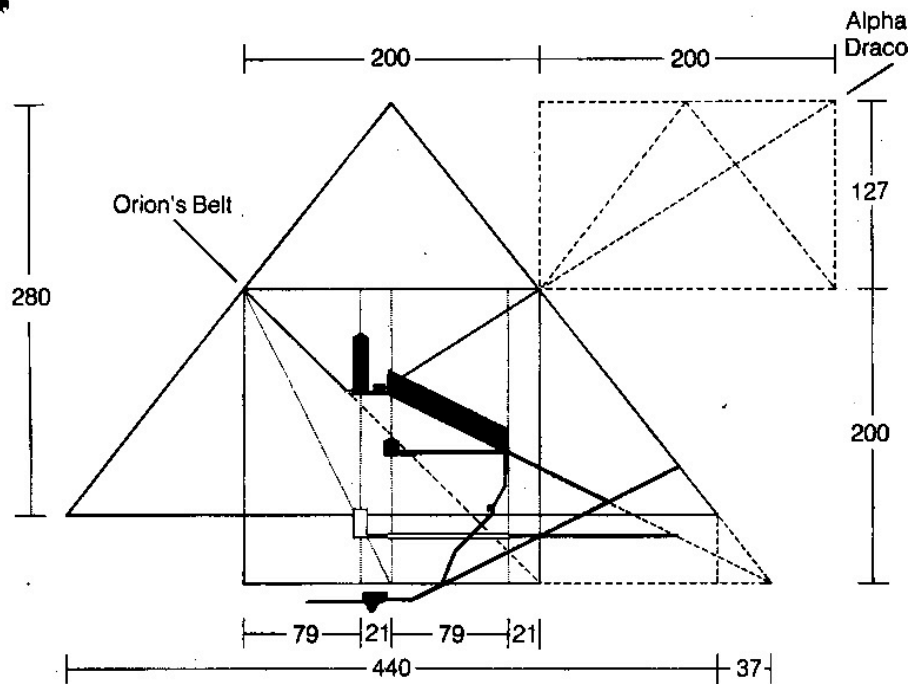
Πρέπει να αναφέρουμε γενικά πως πολλοί ερευνητές έχουν προσπαθήσει να δείξουν πως η μεγάλη πυραμίδα είναι ένα μαθηματικό μνημείο που περιέχει την αρχαία μαθηματική γνώση, και πως χτίστηκε για να διασωθεί αυτή η γνώση από την πάροδο του χρόνου ή από τον κατακλυσμό. Ο ισχυρισμός όμως αυτός δεν είναι δυνατόν να αποδειχθεί, έχει τεράστια συλλογιστικά άλματα, και επειδή συνοδεύεται από πληθώρα θεωριών που περιέχουν ιδεολογικές σκοπιμότητες, φρόνιμο είναι να μένει κανείς στα δεδομένα, χωρίς να θεωρητικολογεί απεριόριστα. Θα εστιάσουμε λοιπόν το ενδιαφέρον μας περισσότερο σε δύο αγωγούς που ξεκινούν από τον βόρειο και τον νότιο τοίχο του θαλάμου του βασιλιά που διαπερνώντας την πυραμίδα, βγαίνουν έξω στο ίδιο ύψος, γεγονός που οδήγησε αρχικά τους αρχαιολόγους να πιστέψουν πως ήταν αεραγωγοί. Όταν όμως αναλογιστεί κανείς την ιδιομορφία της πυραμίδας, η σκέψη του κατευθύνεται αλλού. Η μεγάλη πυραμίδα είναι η μοναδική που έχει εσωτερική διαρρύθμιση και συνεπώς οι δύο αυτοί αγωγοί, διαστάσεων 20 x 20 cm, φέρνουν στο νου αυτό που αναφέραμε προηγουμένως, δηλαδή τους διαδρόμους που οδηγούσαν την ψυχή του φαραώ στον ουρανό. Εξετάζοντας κανείς τη μέση κλίση εισόδου και εξόδου τους, γίνεται αντιληπτό πως την εποχή που χτίστηκε η πυραμίδα, ο βορεινός σκόπευε προς το α του Δράκοντος (Thuban), τον τότε πολικό αστέρα, ενώ ο νότιος σκόπευε στα τρία άστρα της ζώνης του Ωρίωνα. Η ιδέα αυτή εμπνεύστηκε αρχικά από τον αρχαιολόγο R.O. Faulkner<sup>5</sup>. Ο Waynman Dixon<sup>6</sup>, σκέφτηκε πως αντίστοιχοι αγωγοί ίσως να υπάρχουν και στον θάλαμο της βασίλισσας. Έψαξε για κοιλότητες κτυπώντας τους τοίχους, και -χρησιμοποιώντας ένα σφυρί και ένα καλέμι- ανακάλυψε δύο κρυμμένους αγωγούς. Στον βορινό μάλιστα βρέθηκαν τρία περίεργα αντικείμενα, το ένα μάλιστα ξύλινο, που υπήρχαν εκεί σφραγισμένα από την εποχή που κτίστηκε η πυραμίδα. Για άγνωστους λόγους, το ξύλινο κομμάτι δεν κατέληξε σε κάποιο μουσείο και δεν χρονολογήθηκε ποτέ, γεγονός πολύ περίεργο μιας και ήταν το μοναδικό οργανικό στοιχείο εντός της πυραμίδας. Η χρησιμότητα τους παραμένει άγνωστη μέχρι



σήμερα, αν και πιθανότατα έχουν συμβολικό χαρακτήρα και μπορεί να χρησιμοποιούνταν σε κάποιο τελετουργικό. Τον 20<sup>ο</sup> αιώνα έχουν γίνει διάφορες επιστημονικές μελέτες στην μεγάλη πυραμίδα για να ελεγχθεί εάν υπάρχουν κρυμμένοι θάλαμοι. Η χρήση ραντάρ και έρευνες με μέτρηση της κοσμικής ακτινοβολίας, έχουν φέρει στο φως ορισμένες ανωμαλίες, αφήνοντας ανοικτό το ενδεχόμενο νέων ανακαλύψεων. Η πιο ενδιαφέρουσα όμως έγινε πριν μερικά χρόνια. Οι αγωγοί αυτοί ερευνήθηκαν διεξοδικά από τον Γερμανό μηχανικό Rudolf Gantenbrink (2003), ο οποίος είχε προσληφθεί για να βελτιώσει τον αερισμό της πυραμίδας. Εξερεύνησε τους αγωγούς με ένα ρομποτάκι, το *Uruaut*, που θυμίζει το *Pathfinder*, εξοπλισμένο με μια μικρή κάμερα, και έφτασε το 1993 σε αυτό που πολλοί θεωρούν τη μεγαλύτερη αρχαιολογική ανακάλυψη που έγινε τις τελευταίες δεκαετίες. Η κάμερα έδειξε ένα τοιχαλάκι με 2 χάλκινα πώματα, και ξεσήκωσε θύελλα στην αρχαιολογική κοινότητα διότι πιθανό να είναι πορτάκι προς ένα κρυμμένο μέχρι τώρα θάλαμο. Στον άλλο αγωγό βρέθηκε ένα ακόμη κομμάτι ξύλου, το οποίο δεν έχει φτάσει ακόμη στα χέρια των αρχαιολόγων και παραμένει εκεί μέχρι και σήμερα

Μια πολύ ενδιαφέρουσα θεωρία έχει προταθεί από τον μηχανικό Robert Bauval, ο οποίος παρατήρησε πως η χωροθέτηση των τριών πυραμίδων μοιάζει έντονα με την ουρανογραφική θέση των τριών αστεριών της ζώνης του Ωρίωνα.

Πράγματι, πόσοι διαφορετικοί τρόποι υπάρχουν να κτιστούν τρεις πυραμίδες μαζί; Είτε παρατεταγμένες σε μια ευθεία, είτε διαγώνια, είτε στις κορυφές ενός ορθογώνιου τριγώνου. Η συγκεκριμένη διάταξη δεν έχει κάποια συγκεκριμένη αιτία ύπαρξης εάν εξαιρέσει κανείς τη δουλειά του John Legon (2003). Η θεωρία αυτή έχει δημοσιευθεί στο *Discussions in Egyptology* και ο ίδιος την περιγράφει εκτενώς στο βιβλίο του. Βασιζόμενος σε μετρήσεις του Gantenbrink (2003), υποστηρίζει πως οι δύο αγωγοί στο θάλαμο της βασίλισσας σκόπευαν στον Σείριο και στον Kochab. Ενώ είναι γνωστό πως ο Σείριος ήταν τεράστιας σημασίας αστέρι για τους αρχαίους Αιγυπτίους της 4<sup>ης</sup> δυναστείας και ταυτιζόταν με τη θεά Ίσιδα<sup>7</sup>, το ίδιο δεν μοιάζει εκ πρώτης όψεως να συμβαίνει και με τον Ωρίωνα. Μέχρι και σήμερα μαίνεται μια θεολογική διαμάχη μεταξύ του Bauval και των αντιπάλων του, για το εάν ο Ωρίωνας ήταν γνωστός στους αρχαίους κτίστες, εάν ήταν για αυτούς ένα ή περισσότερα αστέρια, καθώς και για το εάν η πυραμίδα είναι αστρικό η ηλιακό σύμβολο. Η διαμάχη βασίζεται στις διαφορετικές ερμηνείες των λεγόμενων «Κειμένων των Πυραμίδων» (*Pyramid Texts*), ιερογλυφικών κειμένων που αναφέρονται στη μετάβαση της ψυχής του φαραώ στον ουρανό και βρέθηκαν σε μεταγενέστερες πυραμίδες. Η θεωρία του Bauval, βρίσκει υποστηρικτές πολλούς αστρονόμους και έχει λίγους αλλά παραταύτα σημαντικούς φίλους στην κοινότητα των Αιγυπτιολόγων. Άλλοι σημαντικοί αντίλογοι είναι πως για να κάνει τον παραλληλισμό, έχει αναστρέψει τον Ωρίωνα, και έχει δώσει καθαρά αστρικό χαρακτήρα στις πυραμίδες. Πολλοί είναι εκείνοι που απορρίπτουν την ιδέα πως η λειτουργία των αγωγών ήταν να σκοπεύουν σε συγκεκριμένα αστέρια. Ο ίδιος με τακτικά άρθρα του απαντά σε αυτούς τους ισχυρισμούς μέχρι και σήμερα, και η αντιπαράθεση δεν μοιάζει να τελειώνει. Η θεωρία του βασίζεται όμως και σε άλλα στοιχεία που έχουν να κάνουν με την ευρύτερη διάταξη στην Γκίτσα και καταλήγει στο ότι οι πυραμίδες μεταξύ άλλων, λειτουργούν και σαν δείκτες μιας συγκεκριμένης ημερομηνίας, το 10500 π.Χ. που πιστεύει ότι ήταν η χρονολογία που πίστευαν οι αρχαίοι Αιγύπτιοι ότι ξεκίνησε ο πολιτισμός τους. Επίσης πιστεύει πως η Γκίτσα είναι το γήινο ανάλογο του νεκρικού βασιλείου στον ουρανό (*Duat*), δηλαδή πως είναι η εικόνα του ουρανού προβεβλημένη στη Γή. Η θεωρία του είναι πολύ καλά στοιχειοθετημένη και γίνεται χρήση σύγχρονων αστρονομικών προγραμμάτων, όμως επειδή είναι πολύ ανατρεπτική, δεν είναι εύκολο να γίνει αποδεκτή.



Κλείνοντας, ας θέσουμε στους εαυτούς μας ένα ερώτημα που θέτει ο Bauval<sup>8</sup>: Τι ήταν αυτό που ανατέθηκε στον αρχιτέκτονα των πυραμίδων; Να σχεδιάσει ένα μνημείο για να εκφράσει τις αρχές των ιερών μαθηματικών ή να προμηθεύσει την πυραμίδα με χαρακτηριστικά που θα εξυπηρετούσαν τη λειτουργία της; Εμείς ασπαζόμαστε και τις δυο υποθέσεις. Πιθανόν όλες οι προαναφερθείσες θεωρίες να έχουν μια δόση της αντικειμενικής αλήθειας, άλλες περισσότερο και άλλες λιγότερο. Έχοντας στο νου τα λόγια του Planck, για να αλλάξουν τα πράγματα πρέπει να έρθουν

στο προσκήνιο νέοι άνθρωποι που έχουν μεγαλώσει με τις επιρροές όλων αυτών των μελετητών, ή η αρχαιολογική σκαπάνη να φέρει κάποτε στο φως τυχαία μια συνταρακτική ανακάλυψη. Μπορούμε όμως να ελπίζουμε και σε μια συντομότερη εξέλιξη: Στον αραβικό τύπο γράφτηκε πως οι αιγυπτιακές αρχές σκοπεύουν επιτέλους να ολοκληρώσουν τον Νοέμβριο του 2003 την εξερεύνηση των αγωγών στον θάλαμο της βασίλισσας, κάτι για το οποίο όλοι όσοι παρακολουθούν τις εξελίξεις προσμένουν τα τελευταία 10 χρόνια. Ίσως να χυθεί περισσότερο φως σε ένα μυστήριο ηλικίας 4500 ετών, ίσως και όχι. Δεν μένει παρά να δούμε.

*Η εργασία αυτή παρουσιάστηκε από τον Άρη Δακανάλη στις 16 Σεπτεμβρίου 2003 στο 6<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Αστρονομικό Συνέδριο που διοργανώθηκε από την Ελληνική Αστρονομική Εταιρεία (ΕΛΑΣΕΤ) και από το Ινστιτούτο Αστρονομίας και Αστροφυσικής (ΙΑΑ), το οποίο έγινε στο Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών στην Πεντέλη.*

<http://www.astro.noa.gr/Hel.A.S.2003>

## Αναφορές

- [1] Cook R.J. (1992) *The Pyramids of Giza, Seven Islands*, Glastonbury
- [2] Bauval, Robert & Gilbert Adrian (1996) *The Orion Mystery*, Mandarin Paperbacks, London, see plate 15a. Also see his articles on K. Spence at his official website.  
<http://www.robertbauval.com/>
- [3] I.E.S Edwards (1993) *The Pyramids of Egypt*, Penguin Books, London, p99
- [4] Mendelssohn, Kurt (1986) *Riddle of the Pyramids*, Thames&Husdon, London
- [5] R.O. Faulkner published this proposal in 1966 at the *Journal of Near Eastern Studies* vol. 25
- [6] I.E.S Edwards (1993) *The Pyramids of Egypt*, Penguin Books, London, p.104
- [7] Pyramid Texts, spells [939,458,632-3,357,929,935,1707,1082-3,1482]
- [8] Bauval, Robert (1996) *The Orion Mystery*, Mandarin Paperbacks, London, Appendix 5 *Mathematical Astronomy or Astronomical Mathematics?* p.283

## Ευχαριστίες

Στους John Legon και Robert Bauval που είχαν την καλοσύνη να μας επιτρέψουν να χρησιμοποιήσουμε ορισμένα από τα σχέδια και τις εικόνες τους.

## Βιβλιογραφία

1. Bauval, Robert & Hancock, Graham (1996) *The Message of the Sphinx*, Three Rivers Press, New York.
2. Bauval, Robert & Gilbert Adrian (1996) *The Orion Mystery*, Mandarin Paperbacks, London.

3. Bauval, Robert, (2003) *The official website of Robert Bauval*, (articles).  
<http://www.robertbauval.com/>
4. Chasapis, Constantinos (1963) *The Secret of the Cheops Pyramid*, publications of the Laboratory of Astronomy, University of Athens, Series I, No 22.
5. Edwards, I.E.S. (1996) *The Pyramids of Egypt*, Penguin Books, London.
6. Gantenbrink, Rudolph (2003) *The official website of Rudolph Gantenbrink*.  
<http://www.cheops.org>
7. Goodfellow, Stephen (2003) *Giza Pyramids; The Vanishing Point*.  
<http://www.goodfelloweb.com/giza/>
8. Hancock, Graham (1995) *Fingerprints of The Gods*, Three Rivers Press, New York.
9. Hancock, Graham, (1998) *Heaven's Mirror*, Three Rivers Press, New York.
10. Hodges, Peter, *How the Pyramids were Built*, 1993, Element Books, Worminster
11. Legon, John (2003) *Giza Site Plan (official website)*.  
<http://www.legon.demon.co.uk/>
12. Lehner, Mark (2001) *The Complete Pyramids*, Thames&Hudson Ltd, London.
13. Magli, Giulio (2003) *On the astronomical orientation of the IV dynasty Egyptian pyramids and the dating of the second pyramid*, Polytechnical University of Milan, department of Mathematics (on Simultaneous Transition Theory).
14. Mendelssohn, Kurt (1986) *Riddle of the Pyramids*, Thames&Hudson, London.
15. Petrie, W.M.F.(1883) *The Pyramids and Temples of Gizeh*, Field and Tuer, London. (available at <http://www.ronaldbirdsall.com/gizeh/index.htm> ).
16. Sagan, Carl (1983) *Cosmos*, Wings Books, New York.
17. Time-Life (1992) *Lost Civilizations: Egypt: Land of the Pharaohs*, Time-Life books, Virginia.
18. Trimble, Virginia (1964) *Astronomical Investigations concerning the so-called Air-Shafts of Cheops' Pyramid*, Mitteilungen des Institutes für Orientforschung Akademie der Wissenschaften zu Berlin, band x, Heft 2/3.
19. West, John (1993) *Serpent in the Sky*, Quest Books, Wheaton, IL